# 2013학년도 중앙대학교 전국 모의논술
# Section 03

## 자연계열

## 모의논술 문제지

◈ 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

**가**

사람의 혈관은 동맥, 정맥, 모세혈관으로 구분된다. 동맥은 심장에서 나가는 혈액이 흐르는 혈관으로 혈압이 높고 혈관벽이 두꺼우며 탄력성이 크다. 동맥의 혈관벽에 동물성 지방의 일종인 콜레스테롤이 쌓이면 혈관이 좁아져서 혈액의 흐름이 나빠지는 동맥경화가 발생한다. 정맥은 몸의 각 부분에서 심장으로 들어오는 혈액이 흐르는 혈관으로 혈압이 낮고 혈관벽이 얇으며 탄력성도 작다. 정맥은 혈압이 낮기 때문에 혈관벽의 곳곳에 판막이 발달하여 혈액의 역류를 막고, 정맥 주변의 근육이 수축하여 혈액이 심장 방향으로 흐르게 돕는다. 모세혈관은 동맥과 정맥을 이어주는 혈관이다. 모세혈관은 한 층의 세포로 이루어져 있고, 혈류 속도가 느리기 때문에 이곳에서 혈액과 조직세포 사이의 물질 교환이 일어난다. 아래의 표는 여러 혈관의 특징을 정리한 것이다.

| | 내부 직경 | 총 단면적 | 혈압 | 혈류 속도 |
|---|---|---|---|---|
| 동맥 | 중간 | 작다 | 높다 | 빠르다 |
| 모세혈관 | 작다 | 크다 | 중간 | 느리다 |
| 정맥 | 크다 | 중간 | 낮다 | 중간 |

**나**

코일을 통과하는 자속(자기력선의 수＝자기장의 세기 × 면적)이 변할 때 코일에 유도되는 전류는 자속의 변화를 방해하는 방향으로 흐르게 되는데, 이것을 유도 전류의 방향에 대한 렌츠의 법칙이라고 한다. 영국의 과학자 패러데이는, 자속의 변화에 의해 유도되는 전압이 코일의 단면을 통과하는 자속의 시간 변화율과 코일이 감긴 횟수에 비례한다는 사실을 발견했다. 시간 $\Delta t$ 동안 코일을 통과하는 자속이 $\Phi_1$에서 $\Phi_2$로 변하였다면, 한번 감긴 코일을 지나는 자속의 변화량 $\Delta\Phi$는 $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ 이다. 이때 $N$번 감긴 코일에 유도되는 전압의 크기 $V$는 다음과 같다.

$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

이러한 관계를 패러데이의 전자기 유도 법칙이라고 한다. 이 법칙에 나타난 (–)부호는 유도 전류가 자속의 변화를 방해하는 방향으로 흐른다는 것을 의미한다.

**다**

액체나 기체와 같은 유체의 운동을 설명하는 방정식으로 연속 방정식과 베르누이 방정식이 있다. 연속 방정식이란 입자의 수, 질량, 전하량 등 자연계에서 보존되는 양이 전달되는 상황을 설명하는 방정식으로서, 어떤 지점으로 들어오는 양과 그 지점에서 나가는 양이 동일하다는 것을 표현한 것이다. 특히, 밀도가 변하지 않는 액체가 단위 시간 당 일정량 흐르는 경우, 연속 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$Sv = \text{상수}$$

위 식에서 $S$는 흐름의 수직 단면적이며 $v$는 속도이다. 예를 들어, 강의 폭이 좁아지는 곳에서 유속이 빨라지는 것은 연속 방정식을 통해 쉽게 설명할 수 있다. 또한, 유체에 점성이나 마찰 등으로 인한 에너지 손실이 없는 경우, 흐름의 속도 $v$와 유체가 외부에 작용하는 압력 $P$사이에 다음과 같은 베르누이 방정식이 성립한다.

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P + \rho g h = \text{상수}$$

위 식에서 $\rho$는 유체의 밀도, $g$는 중력가속도, $h$는 높이이다. 베르누이 방정식은 마찰이 없는 상태에서 유체가 이동할 때, 운동에너지와 위치에너지의 합인 역학적 에너지가 보존됨을 보여 준다.

**라**

구간 $[a, b]$에서 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 내적을 다음과 같이 정의한다.

$$(f(x), g(x)) = \int_a^b f(x)\,g(x)\,dx$$

직교하는 두 벡터의 내적이 $0$인 것과 같이, 두 함수의 내적이 구간 $[a, b]$에서 $0$이면, 두 함수가 이 구간에서 직교한다고 정의한다. 예를 들어 $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$이라 하면, 이 두 함수는 구간 $[-1, 1]$에서 다음과 같이 내적이 $0$이 되어 이 구간에서 서로 직교한다.

$$(f(x), g(x)) = \int_{-1}^{1} x^2 \cdot x^3\,dx = \left[\frac{1}{6}x^6\right]_{-1}^{1} = 0$$

실수 값을 갖는 함수들의 집합 $\{\phi_0(x), \phi_1(x), \phi_2(x), \ldots\}$이 아래의 식을 만족하면, 이 집합을 구간 $[a, b]$에서 직교 함수의 집합이라고 한다.

$$(\phi_m, \phi_n) = \int_a^b \phi_m(x)\,\phi_n(x)\,dx = 0,\ \ m \neq n$$

임의의 함수는 다른 함수와의 내적을 통해 그 함수의 성분을 분석할 수 있다. 즉, $f(x)$와 $g(x)$의 내적이 $0$이면 $f(x)$에는 $g(x)$의 성분이 없고, $0$이 아니면 $g(x)$의 성분이 있다고 한다.

**마**

여러 개의 저항과 전원이 연결된 복잡한 전기 회로에서 전압과 전류의 세기는 다음과 같은 키르히호프의 제1법칙과 제2법칙

을 이용하여 찾아낸다.

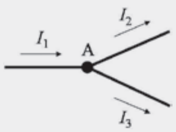
– 키르히호프의 제1법칙 –

전류가 흐르고 있는 여러 개의 회로가 한 점에서 만날 때, 이 점에 흘러 들어오는 전류의 총합은 이 점에서 흘러 나가는 전류의 총합과 같다.

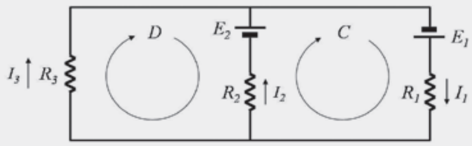
– 키르히호프의 제2법칙 –

임의의 폐회로에서 그 회로에 있는 기전력 전체의 합은 그 회로에 있는 저항에 의한 전압 강하 전체의 합과 같다.

키르히호프의 제1법칙은 전기 회로에서 전하가 보존되는 것을 의미하는데, 예를 들어 아래의 그림에서 분기점 A에 들어오는 전류의 양($I_1$)과 나가는 양($I_2+I_3$)이 같아야 하므로 $I_1=I_2+I_3$이 성립한다. 전류 뿐 아니라, 그 양이 보존되는 유체의 경우 키르히호프의 제1법칙과 동일한 원리가 적용될 수 있다.



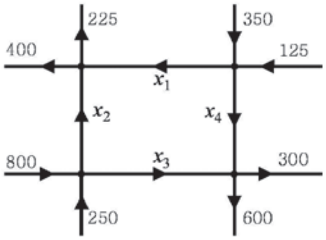

키르히호프의 제2법칙을 적용할 경우에는 먼저 전류의 방향을 가정하여 회로도에 표시한 다음, 전류의 방향이 정해진 방향과 같을 때에는 저항에 의한 전압 강하를 (+)로, 반대일 때에는 (–)로 표시한다. 기전력에 적용할 때에도 마찬가지이다. 예를 들어, 아래의 폐회로 $D$에서 $R_2$, $R_3$를 저항, $E_2$를 기전력이라고 할 때, 화살표 방향을 따라가 보면 폐회로 $D$의 식 $-E_2=-I_2R_2+I_3R_3$를 얻을 수 있다. 이 식과 폐회로 $C$의 식, 그리고 키르히호프의 제1법칙에 의한 $I_1=I_2+I_3$을 연립하면 $I_1$, $I_2$, $I_3$를 알 수 있다.




**[문제 1]** **제시문 (가)의 표는 혈관의 종류에 따른 혈압과 혈류 속도의 상대적 크기를 보여 준다. 제시문 (다)에 근거하여 아래 (1), (2), (3), (4)의 주장이 각각 타당한지 판단하고 그 근거를 논리적으로 설명하시오. [20점]**

**(1) 혈관 종류에 따른 혈압의 상대적 크기는 연속 방정식으로 설명할 수 있다.**
**(2) 혈관 종류에 따른 혈압의 상대적 크기는 베르누이 방정식으로 설명할 수 있다.**
**(3) 혈관 종류에 따른 혈류 속도의 상대적 크기는 연속 방정식으로 설명할 수 있다.**
**(4) 혈관 종류에 따른 혈류 속도의 상대적 크기는 베르누이 방정식으로 설명할 수 있다.**

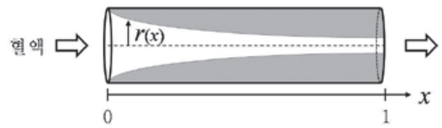
**[문제 2]** **인체 내의 한 조직에서 혈관이 아래 그림과 같이 연결되어 있다고 하자. 이 그림에서 화살표는 혈류의 방향을, 숫자는 각 혈관에 흐르는 분당 혈류량을 나타낸다. 혈액의 밀도가 변하지 않는다고 할 때, 제시문 (마)에 의하면 혈관 $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$에 흐르는 혈류량 사이에는 일정한 관계가 존재한다.**



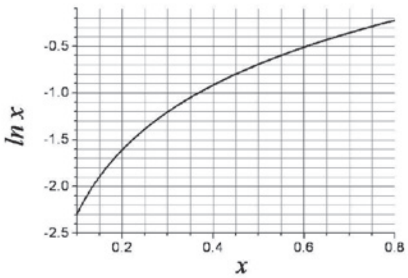
제시문 (가)에서 설명한 동맥경화가 혈관 $x_3$에 진행되어 혈류량이 점차 감소하고 있다고 하자. 혈관 $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$중 혈류의 방향이 한 곳이라도 바뀌면 조직 괴사가 일어난다고 할 때, 이를 막기 위해 필요한 $x_3$의 분당 최소 혈류량을 구하는 과정을 제시문 (마)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

[문제 3] 아래 그림과 같이 길이가 $1\,m$인 동맥으로 혈액이 흐르고 있다. 제시문 (가)의 설명과 같이 혈관벽에 콜레스테롤이 쌓여, $r_0$로 일정했던 동맥 내부의 반지름이 위치 $x$에 따라 다음과 같은 함수의 형태가 되었다.

$$r(x) = r_0 e^{0.25x} \quad (e = 2.71828\ldots \text{은 자연 대수의 밑})$$

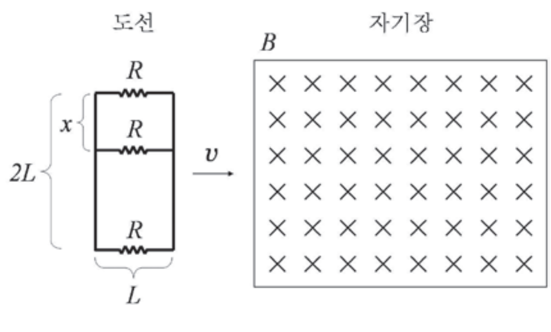



혈액의 밀도가 일정하다고 할 때, 혈액이 이 동맥을 통과하는 데 소요되는 시간을 구하는 과정을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, $x = 0$에서 혈류의 속도는 $5 \times 10^{-2} m/s$로 일정하며, 필요 시 아래의 자연로그 그래프를 참조하시오. [20점]




[문제 4] 실생활에서 전자기 유도 법칙을 이용하는 예로서, 기계적인 마찰을 이용하지 않고 열차나 롤러코스터의 속도를 줄이기 위해 사용되는 전기 제동 장치가 있다. 그 원리는 움직이는 물체에 부착된 도체를 이용하여 유도 전류를 발생시킨 후 이를 저항 열로 소모시켜 운동에너지를 낮추는 것이다.

아래 그림과 같이 저항 $R$이 연결되어 있는 도선을 일정한 속도 $v$로 움직여, 세기가 $B$이고 도선의 진행 방향과 수직 방향(지면 안으로 들어가는 방향)인 균일한 자기장 영역으로 밀어 넣으려고 한다. 도선이 자기장 내부로 완전히 들어갈 때까지 도선 전체에서 발생한 열에너지의 합이 최대가 되는 $x$를 구하는 과정을, 제시문 (나)와 (마)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 단, 자기장 영역은 도선에 비해 매우 넓으며, $0 \le x \le 2L$이다. [20점]



**[문제 5]** 네 개의 버튼으로 이루어진 함수 생성기가 있고, 네 버튼이 그림과 같이 배열되어 있다. 각 버튼을 누를 때마다 두 함수의 합으로 새로운 함수가 만들어진다. 예를 들어 B 버튼을 누르면 함수 $f(x)=g_1(x)-g_2(x)$가 생성된다.

$$\begin{array}{ccccc} & & g_0(x) & & g_1(x) \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ g_2(x) & \rightarrow & \mathrm{A} & & \mathrm{B} \\ g_3(x) & \rightarrow & \mathrm{C} & & \mathrm{D} \end{array}$$

이 함수 생성기의 버튼을 눌러 생성된 함수를 외부로 전송한다. 제시문 (라)에서 설명한 직교 함수의 원리를 이용하여 전송된 함수로부터 눌려진 버튼을 판별하기 위해, $\{g_0(x),\ g_1(x),\ g_2(x),\ g_3(x)\}$를 구간 $[-1,1]$에서 직교 함수의 집합으로 만들고자 한다. $g_0(x)=1$이고, $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$가 각각 $x$의 1차, 2차, 3차 다항식으로서 최고차항의 계수가 모두 $1$이라고 할 때, $g_3(x)$를 구하는 과정을 제시문 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [20점]

– 끝 –

## 평가 목표와 출제 의도

### ❶ 평가 목표

본 논술시험은 고등학교 교과과정을 공부한 학생은 무난히 이해할 수 있는 내용을 다루었으며, 자연 현상과 수리에서 나타나는 '흐름'과 '변화'라는 주제를 바탕으로 출제되었다. 혈액의 흐름, 전하의 흐름, 전자기 유도, 함수의 적분 등 고교 과학 및 수학 과정을 통해 친숙한 내용들에 기초한 제시문을 준비하였고, 학생들이 제시문의 설명을 충분히 이해한 후 이를 바탕으로 논리적 사고력, 표와 그래프의 해석력, 수리적 능력 등을 종합하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 갖추었는가를 평가하는 것이 출제의 목표이다. 자연계열로 대학에 진학한 후 전공을 깊이 있게 공부하는 데에 필요한 기본적인 능력을 평가하고자 하였으며, 문제의 이해와 추론 과정은 깊이 있는 논리적 사고를 필요로 하지만, 답을 얻기 위한 계산 과정은 복잡하지 않은 문항들로 출제하였다.

### ❷ 출제의도

**[문제 1]** 제시문 (가)에서 설명된 동맥, 정맥, 모세혈관의 주요 구조 및 생물학적 기능에 관한 특징들을 제시문 (다)에 설명된 유체의 속도, 유체가 흐르는 면적, 유체가 외부에 가하는 압력 등 유체의 운동을 설명하는 방정식들과 연관 지어 설명할 수 있는지를 평가한다.

**[문제 2]** 제시문 (마)에 설명된 키르히호프의 제1법칙을 이해하고, 이를 제시문 (가)의 혈관을 흐르는 혈액에 적용할 수

있다는 것을 이해한다. 각 교차점에서의 방정식을 논리적으로 유도 하고, 이로부터 주어진 조건에 따라 특정 혈관에서의 최소 혈류량을 수리적으로 추론할 수 있는 사고력을 평가한다.

**[문제 3]** 제시문 (가)에 설명된 혈액의 흐름을 방해하는 동맥경화가 발생한 상황에 제시문 (다)에서 설명된 연속 방정식을 적용하여 위치에 따라 달라지는 혈류의 흐름 속도를 표현하는 방식을 찾아야 한다. 속도가 지속적으로 변하는 상황에서, 시간에 따른 속도의 적분이 이동거리라는 점에 착안하여 간단한 적분을 통해 특정 지점에 도달하기 위해 소요되는 시간을 지수 형태로 얻을 수 있으며, 마지막 단계에서 로그 함수의 그래프를 통해 그 값을 찾아 최종 소요 시간을 구해야 한다. 이해력과 논리적 사고력 및 수리적 능력을 종합한 문제 해결 능력을 평가한다.

**[문제 4]** 제시문 (나)에서 설명된 전자기 유도에 의한 기전력 발생은 고교 물리Ⅰ 수업을 통해 학생들이 접했던 매우 친숙한 소재이다. 학생들에게 익숙한 단순 고리형 회로가 아닌, 8자 형태의 회로에서 유도 기전력에 따른 전류 계산을 위해 제시문 (마)에서 설명된 키르히호프의 법칙을 바르게 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다. 제시문의 예에서 설명된 바와 같이 각 저항에서 전류의 방향을 설정한 후, 도선의 이동에 따라 발생하는 유도 기전력을 수식으로 표현하면 매우 단순한 수식 전개를 통해 답을 찾을 수 있다. 물리 현상에 관한 이해력과 논리적 사고력에 기초한 문제 해결 능력을 평가한다.

**[문제 5]** 제시문 (라)에서 설명된 함수의 내적에 대한 정의와 성질을 이해하고, 이를 $x$의 다항식에 적용하는 것을 이해한다. 이로부터 서로 직교하는 네 개의 다항식으로 이루어진 직교함수의 집합을 수학적으로 구하는 과정을 설명하는 문제로서, 이해력을 바탕으로 한 수리 능력을 평가한다.

## 예시답안/채점기준

**[문제1] 예시답안**

▶ (1) 연속 방정식은 흐름의 단면적과 속도의 관계를 나타내기 때문에 연속 방정식 만으로 혈압의 상대적 크기를 설명할 수 없다.

▶ (2), (4) 베르누이의 방정식은 흐름의 속도와 흐름이 외부에 미치는 압력의 관계를 설명하며, 이에 따르면 혈류 속도가 빠른 곳에서 혈압이 낮아야 한다. 정맥과 모세혈관을 비교하면, 혈압이 높은 모세혈관의 혈류 속도가 혈압이 낮은 정맥의 혈류 속도보다 느리며 이 점은 베르누이 방정식의 예상과 일치한다. 그러나 혈압이 가장 높은 동맥의 혈류 속도가 혈압이 중간인 모세혈관이나 혈압이 낮은 정맥보다 빠르다는 점은 베르누이 방정식과 상충된다. 따라서 정맥과 모세혈관의 비교에서 혈압이나 혈류 속도의 상대적 크기는 베르누이 방정식으로 설명할 수 있으나, 동맥의 경우 베르누이 방정식으로 설명할 수 없다.

▶ (3) 총 단면적이 가장 큰 모세혈관은 혈류 속도가 가장 느리고, 단면적이 중간인 정맥은 혈류 속도가 중간, 단면적이 가장 작은 동맥은 혈류 속도가 가장 빠르기 때문에 연속 방정식에 의한 예측과 일치한다. 따라서 혈류 속도의 상대적 크기는 연속 방정식으로 설명할 수 있다.

**[문제1] 채점기준**

다음과 같은 의미의 문장이 있으면 옆에 있는 점수를 부여한다.

1. – 설명할 수 없다.(2점)
   – 연속 방정식은 흐름의 단면적과 속도의 관계를 나타낸다.(3점)
   (또는, 연속 방정식은 혈압과 관련된 내용이 없다.)
2. – 설명할 수 없다 또는 부분적으로만 설명된다.(2점)
   – 정맥과 모세혈관은 베르누이 방정식으로 설명 가능(1점)
   동맥의 경우는 설명할 수 없다.(2점)
3. – 설명할 수 있다.(2점)
   – 혈류속도의 상대적 크기와 혈관의 총 단면적을 비교하였으면(3점)
4. – 설명할 수 없다 또는 부분적으로만 설명된다.(2점)
   – 정맥과 모세혈관은 베르누이 방정식으로 설명 가능(1점)
   동맥의 경우는 설명할 수 없다.(2점)

**[문제2] 예시답안**

▶ 이 문제에서 혈관을 흐르는 혈액의 밀도가 변하지 않기 때문에, 제시문 (마)의 키르히호프의 제1법칙을 적용할 수 있다. 각 교차점에서 키르히호프의 제1법칙을 이용하여 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 \qquad\qquad &= 625 \\ x_1 \qquad\qquad + x_4 &= 475 \\ x_2 + x_3 \qquad &= 1050 \\ x_3 + x_4 &= 900 \end{aligned} \tag{1}$$

▶ 위 식들을 정리하여 $x_1$, $x_2$, $x_4$를 $x_3$로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 - 425 \\ x_2 &= -x_3 + 1050 \\ x_4 &= -x_3 + 900 \end{aligned} \tag{2}$$

▶ 모든 혈관의 분당 혈류량이 음수 값을 가지게 되면 혈류 방향이 바뀌는 것이기 때문에 $x_1$, $x_2$, $x_4$이 모두 $0$보다 크거나 같아야 한다. 따라서 $x_3$의 크기는 다음과 같다.

$$425 \le x_3 \le 900 \tag{3}$$

▶ 따라서 $x_3$의 분당 최소 혈류량은 425 이다.

**[문제2] 채점기준**

1. 식 (1)의 방정식을 모두 제시하면 +10점.
2. 식 (2)의 방정식을 모두 제시하면 +5점.
3. $x_3$의 분당 최소 혈류량 425를 제시하면 +5점.

**[문제3] 예시답안**

▶ 제시문 (다)의 연속 방정식에 의해 $\text{면적} \times \text{속도}$가 일정하므로 $x=0$에서 혈류 속도를 $v_0$라고 놓으면 초기 값이 유지되어 다음의 식을 얻는다.

$$\pi r_0^2 v_0 = \pi r^2(x)\frac{dx}{dt}$$
$$dt = \frac{r^2(x)}{r_0^2 v_0}dx$$

▶ 혈액이 동맥 $1\,m$를 통과하는 데 소요 시간을 $T$라고 하면, 양 변을 적분하여 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$T=\int_0^T dt=\frac{1}{r_0^2 v_0}\int_0^1 r^2(x)\,dx=\frac{1}{r_0^2 v_0}\int_0^1 r_0^2 e^{-0.5x}\,dx=\frac{1}{v_0}\int_0^1 e^{-0.5x}\,dx$$
$$=\frac{-2}{v_0}\left[e^{-0.5x}\right]_0^1=\frac{2}{v_0}\left(1-e^{-0.5}\right)$$

$$\therefore T=\frac{2}{5\times 10^{-2}}\left(1-e^{-0.5}\right)=40\left(1-e^{-0.5}\right)$$

▶ 주어진 로그 그래프에 의하면 $\ln 0.6 \simeq -0.5$이므로 $e^{-0.5}\simeq 0.6$이다. 따라서 소요시간은 다음과 같다.

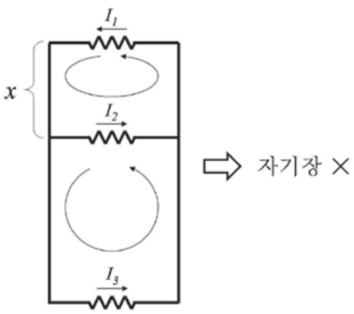
$$T\simeq 40(1-0.6)=\text{약 }16(\text{초})$$

**[문제3] 채점기준**

1. 면적 × 속도 가 일정함을 통해 $\pi r_0^2 v_0=\pi r^2(x)\dfrac{dx}{dt}$의 식을 제시하면 +5점.
2. 적분을 이용하여 계산을 시도하면 +5점.
3. 적분에 성공하여 $T=\dfrac{2}{5\times 10^{-2}}\left(1-e^{-0.5}\right)=40\left(1-e^{-0.5}\right)$의 식을 구하면 +5점.
4. 주어진 로그 그래프에서 값을 찾아 $T=40(1-0.6)=16(\text{초})$를 구하면 +5점. 근사적으로 15.XX 또는 16.XX 형태를 써도 답으로 인정.

**[문제4] 예시답안**

▶ 도선이 자기장 영역으로 들어가기 시작하면 전자기 유도 법칙에 의해 아래 그림과 같이 자속의 변화를 방해하는 화살표 방향으로 기전력이 발생한다.




▶ 그림과 같이 전류가 흐르는 방향과 크기를 설정하였을 때, 도선이 자기장 내부로 $z$만큼 들어간 경우 위와 아래의 Loop에 발생하는 기전력의 크기는 각각 다음과 같다.

$$E_{\text{위}}=Bx\frac{dz}{dt}=Bvx$$
$$E_{\text{아래}}=B(2L-x)\frac{dz}{dt}=Bv(2L-x)$$

▶ 키르히호프의 법칙을 위, 아래 루프에 각각 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$Bvx=RI_1+RI_2$$
$$Bv(2L-x)=-RI_2+RI_3$$
$$I_1=I_2+I_3$$

▶ 위의 세 식을 연립하여 $I_1$, $I_2$, $I_3$를 각각 구하면 다음과 같다.

$$I_1 = \frac{Bv}{3R}(2L+x),\quad I_2 = \frac{Bv}{3R}(-2L+2x),\quad I_1 = \frac{Bv}{3R}(4L-x)$$

▶ 도선이 자기장 영역에 들어가는 데에 소요되는 시간은 $L/v$이므로, 이 시간동안 각 저항에서 소모되는 열에너지의 총 합은 다음과 같이 구할 수 있다. (단, $I_2$의 경우 $x$에 따라 부호가 바뀔 수 있으므로 절댓값을 사용해야 한다.)

$$\begin{aligned}\text{열에너지} &= \text{전력} \times \text{시간} = R^2(I_1 + I_3 + |I_2|)\frac{L}{v} \\ &= \frac{LR^2}{v}\frac{Bv}{3R}(6L+2|x-L|) = \frac{LRB}{3}(6L+2|x-L|)\end{aligned}$$

▶ $0 \le x \le 2L$이므로 열에너지의 최댓값은 $x=0$또는 $x=2L$ 인 경우에 얻어짐을 알 수 있다.

**[문제4] 채점기준**

1. 자기장 영역에 진입할 때 이를 방해하는 기전력이 발생함을 언급하면 +5점.
2. 자기장 영역으로 진입한 길이에 따라 발생된 기전력의 식을 바르게 제시하면 +5점.
3. 키르히호프의 법칙을 적용하여 $I_1$, $I_2$, $I_3$를 바르게 구하면 +5점. 셋 중 하나 또는 둘만 맞으면 +2점 또는 +3점.
4. $I_2$의 부호를 잘 고려하여 열에너지를 최대로 하는 $x$의 값 2가지를 모두 구하면 +5점. 부호를 고려하지 않아서 하나만 구했으면 +3점.
5. 각 항목에서 식이 맞지는 않았으나 전개 논리 등이 타당하면 1~2점 부여 가능.

**[문제5] 예시답안**

▶ $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$는 각각 최고차항의 계수가 1인 $x$의 1차, 2차 3차 다항식이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} g_1(x) &= x+a \\ g_2(x) &= x^2+bx+c \\ g_3(x) &= x^3+dx^2+ex+f \end{aligned} \tag{1}$$

▶ $\{g_0(x), g_1(x), g_2(x), g_3(x)\}$가 구간 $[-1,1]$에서 직교함수의 집합이 되기 위해서는 제시문 (라)에 의해 이 구간에서 각 함수 사이의 내적이 $0$이어야 한다.

▶ 먼저 $g_1(x)$를 구하기 위하여 $g_0(x)=1$과 내적을 하면,

$$(g_0(x), g_1(x)) = \int_{-1}^{1} 1\times(x+a)\,dx = \left[\frac{x^2}{2}+ax\right]_{-1}^{1} = 2a \tag{2}$$

두 함수의 내적이 $0$이 되어야 두 함수가 직교하기 때문에 $a=0$이다.

▶ 그 다음, $g_0(x)$, $g_1(x)$와 직교하는 $g_2(x)$를 구하기 위해 각각 내적을 하면,

$$(g_1(x), g_2(x)) = \int_{-1}^{1} x(x^2+bx+c)\,dx = \left[\frac{x^4}{4}+b\frac{x^3}{3}+c\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{3}b \tag{3}$$

$$(g_0(x), g_2(x)) = \int_{-1}^{1} 1\times(x^2+bx+c)\,dx = \left[\frac{x^3}{3}+b\frac{x^2}{2}+cx\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{3}+2c$$

이 두 내적이 모두 $0$이 되어야 하기 때문에, $b=0$, $c=-1/3$이다.

▶ 그 다음, $g_0(x)$, $g_1(x)$, $g_2(x)$와 직교하는 $g_3(x)$를 구하기 위해 각각 내적을 하면,

(4)

$$(g_0(x), g_3(x)) = \int_{-1}^{1} 1\times(x^3+dx^2+ex+f)\,dx = \left[\frac{x^4}{4}+d\frac{x^3}{3}+e\frac{x^2}{2}+fx\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{3}d+2f$$

$$(g_1(x), g_3(x)) = \int_{-1}^{1} x(x^3+dx^2+ex+f)\,dx = \left[\frac{x^5}{5}+d\frac{x^4}{4}+e\frac{x^3}{3}+f\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{5}+\frac{2}{3}e$$

$$\begin{aligned}(g_2(x), g_3(x)) &= \int_{-1}^{1} (x-\frac{1}{3})(x^3+dx^2+ex+f)\,dx \\ &= \int_{-1}^{1} x(x^3+dx^2+ex+f)\,dx - \frac{1}{3}\int_{-1}^{1} 1\times(x^3+dx^2+ex+f)\,dx \\ &= \frac{2}{5}+\frac{2}{3}e-\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}d+2f\right)\end{aligned}$$

이 세 내적이 모두 $0$이 되어야 하기 때문에 $d=0,\, e=-3/5,\, f=0$이다.

▶ 따라서 $g_3(x)$는 다음과 같이 된다.

$$g_3(x) = x^3 - \frac{3}{5}x \tag{5}$$

**[문제5] 채점기준**

1. 식 (1)의 방정식을 모두 제시하면 +5점.
2. 식 (2)의 방정식과, $a=0$ 을 제시하면 +4점.
3. 식 (3)의 방정식과, $b=0,\ c=-1/3$ 을 제시하면 +4점.
4. 식 (4)의 방정식과, $d=0,\, e=-3/5,\, f=0$을 제시하면 +4점.
5. 식 (5)를 제시하면 +3점.